

**ZBORNİK RADOVA TEHNIČKOG FAKULTETA U ČAČKU,
ČAČAK, YUGOSLAVIA
UDK 621(082), ISSN 0354-9844,
Vol. 20, No. 13, 2001**

**IZRAČUNAVANJE ENERGETSKIH GUBITAKA U
DISTRIBUCIONIM MREŽAMA POMOĆU FURIJE
REDOVA**

**Adrian BUTA¹, Dušan POPOV¹, Adrian PANA¹, Viorel TITIHAZAN¹,
Sreten POPOVIĆ²**

1. OPŠTI PRISTUP

Poznavanje gubitaka energije u električnim mrežama ima veliku važnost, pošto se veličina tih gubitaka direktno odražava u ceni električne energije.

Gubici energije pojavljuju se u transformatorima, u električnim vodovima i u baterijama kondenzatora, a za njihovu procenu koriste se bilo analitički (računski), bilo eksperimentalni (merni) metodi [1]. Analitička računanja pretpostavljaju, s jedne strane, poznavanje ekvivalentnih šema (monofaznih i trofaznih) za razne elemente mreže i poznavanje vremenskih promena električnih veličina (snage, intenziteta i napona) u strujnim čvorovima, a sa druge strane, primenjivanje nekih specifičnih ili opštih metoda ("cirkulaciju" snaga duž strujnog kola). Među specifičnim metodima mogu se navesti: metod vremenskih trajanja gubitaka, metod prosečne vrednosti kvadrata struje, statistični metodi itd [1].

Jedan metod aproksimacija, koji daje dosta dobre rezultate sastoji se u razlaganju grafikona opterećenja u Furijeov red [2], [3]. Međutim, do sada je ovaj metod primenjivan uglavnom za određivanje uzdužnih (longitudinalnih) gubitaka Joulovim efektom. Iz tog razloga u ovom ćemo radu nastojati da uopštimo primenjivanje ovog metoda za bilo koji elemenat električne mreže, za određivanje kako uzdužnih (u bakru), tako i poprečnih (tranzverzalnih) gubitaka (u gvožđu ili dielektriku). Primer koji predstavljamo odnosi se na jedan transformator od 400 kVA i nominalni napon od 10 / 0,4 kV i jednu radialnu distribucionu mrežu koja napaja osam transformatorskih veznih punktova.

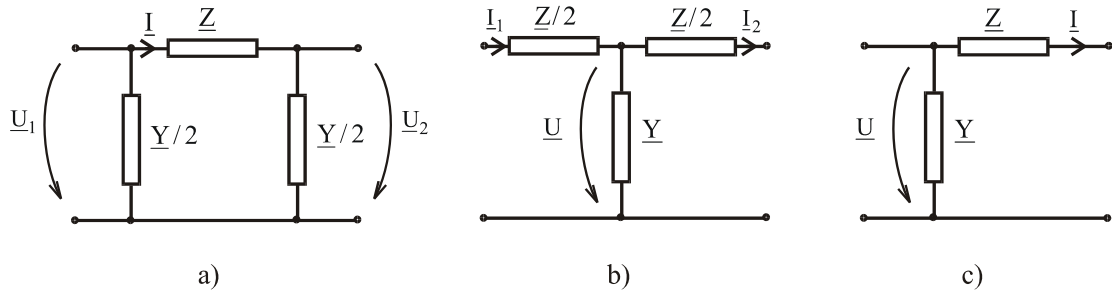
2. PREDSTAVLJANJE METODA

Elementi električne mreže mogu se lako predstaviti pomoću ekvivalentnih

¹ Universitatea "Politehnica" din Timisoara, Romania

² Tehnički fakultet Čačak, Čačak (Yugoslavia)

četrupolnih ili osmopolnih šema. U najčešćem slučaju to su četrupolne šeme, koje mogu biti Π , T, Γ ili $\square$ vrste i koje sadrže uzdužne impedancije $\underline{Z} = R + jX$ [Ω] i poprečne admitancije $\underline{Y} = G - jB$ [S] kao što je prikazano na Sl. 1.



Sl. 1. Ekvivalentne četrupolne šeme elemenata električne mreže: a) Π ; b) T; c) Γ .

Kroz ove impedancije prolaze struje intenziteta $I(t)$ ili na njihovim krajevima napon je $U(t)$. Ove veličine zavise od vremena, odnosno od karakteristika potrošača koje električna mreža napaja srtujom, a takođe i od karakteristika samih napajnih stanica. U tom slučaju, uzdužni ili longitudinalni energetske gubici su:

$$\Delta W_l = 3R \int_0^T I^2(t) dt \quad (1)$$

odnosno poprečni ili tranzverzalni gubici:

$$\Delta W_t = 3G \int_0^T U^2(t) dt \quad (2)$$

Ovde su korišćena standardna obeležavanja, odnosno: R - uzdužni otpor ekvivalentne šeme; G - poprečna konduktanca; $I(t)$ - efektivna vrednost intenziteta struje koja prolazi kroz otpor R ; $U(t)$ - efektivna vrednost napona na krajevima konduktance G .

Određivanje energetskih gubitaka svodi se na određivanju vrednosti integrala $\int_0^T I^2(t) dt$ i integrala $\int_0^T U^2(t) dt$. Taj se račun može izvršiti numerički, ako se krive vremenske zavisnosti intenziteta struje, odnosno napona, podele na vremenske intervale u kojima su vrednosti intenziteta, odnosno napona, približno konstantne.

Drugi način je taj po kome se funkcije $I(t)$ i $U(t)$ razmatraju kao periodične funkcije na intervalu T i koje podležu uslovima Dirihlea [4]. Tada se ove funkcije mogu razložiti u red Furijea, na sledeći način:

$$I(t) = \bar{I} + \sum_{k=1}^N A_k^I \sin k\omega t + \sum_{k=1}^N B_k^I \cos k\omega t ; \quad (3)$$

$$U(t) = \bar{U} + \sum_{k=1}^N A_k^U \sin k\omega t + \sum_{k=1}^N B_k^U \cos k\omega t .$$

Ako se krive opterećenja podele u N_i jednakih vremenskih intervala Δt (na primer, u trajanju od 1; 0,5; 0,25 časova), onda intenzitet struje i napon postaju funkcije koje će zavisiti od rednog broja vremenskog intervala n :

$$I(n) = \bar{I} + \sum_{k=1}^N A_k^I \sin \frac{2\pi k n}{N_i} + \sum_{k=1}^N B_k^I \cos \frac{2\pi k n}{N_i} \quad (4)$$

i slično i za funkciju napona. Obeležavanja imaju sledeća značenja:

N - broj razmotrenih harmonika;

n - broj vremenskih intervala za vremensku krivu intenziteta struje (ili vremensku krivu napona);

$\bar{I}$ i $\bar{U}$ - srednja vrednost intenziteta struje, odnosno napona, u razmotrenom vremenskom intervalu T ;

A_k i B_k - Furije sinus, odnosno cosinus koeficijenti koji odgovaraju harmonici sa rednim brojem k za intenzitet struje koja prolazi kroz impedanciju $\underline{Z}$, odnosno napona na krajevima admitancije $\underline{Y}$. Ovi se koeficijenti izračunavaju pomoću sledećih obrazaca [2]:

$$\begin{aligned} A_k^I &= \frac{1}{k\pi} \sum_{n=1}^{N_i} I(n) \left[\sin \frac{2\pi n}{N_i} (n-1) - \sin \frac{2\pi k}{N_i} n \right] \\ B_k^I &= \frac{1}{k\pi} \sum_{n=1}^{N_i} I(n) \left[\cos \frac{2\pi n}{N_i} (n-1) - \cos \frac{2\pi k}{N_i} n \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Pošto se formule (1) i (2) mogu napisati u obliku:

$$\Delta W_l = 3R \sum_{n=1}^{N_i} I^2(n) \Delta t, \quad \text{odnosno:} \quad \Delta W_t = 3G \sum_{n=1}^{N_i} U^2(n) \Delta t, \quad (6)$$

a zbrovi kvadratnih veličina izračunavaju se kao što sledi:

$$\sum_{n=1}^{N_i} I^2(n) = \bar{I}^2 + \sum_{k=1}^N \left[\left(\frac{A_k^I}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{B_k^I}{\sqrt{2}} \right)^2 \right], \quad (7)$$

onda se uzdužni i poprečni gubici mogu izraziti na sledeći način:

$$\begin{aligned} \Delta W_l &= 3R \left[\bar{I}^2 + \sum_{k=1}^N \left[\left(\frac{A_k^I}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{B_k^I}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] \right] T \\ \Delta W_t &= 3G \left[\bar{U}^2 + \sum_{k=1}^N \left[\left(\frac{A_k^U}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{B_k^U}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] \right] T \end{aligned} \quad (8)$$

Ovi nam obrasci pokazuju da se energetske gubici u nekom elementu električne mreže mogu izračunati pomoću srednjih vrednosti intenziteta opterećenja, odnosno napona, kao i pomoću koeficijenata Furije redova koji odgovaraju za N razmotrenih harmonika. Dakle, detaljno izračunavanje, koje ima u vidu analizu N_i režima opterećenja, ovim se metodom zamenjuje izračunavanjima za $2N+1$ režima opterećenja. Metod postaje efikasan ukoliko je:

$$N_i > 2N + 1, \text{ dakle ako je: } N < \frac{1}{2}(N_i - 1). \quad (9)$$

3. HARMONIJSKO RAZLAGANJE KRIVIH VARIJACIJE ELEKTRIČNIH VELIČINA

Kada je reč o razlaganju krivih opterećenja u red Furije, sa ciljem da se izračunaju energetske gubici, interesuju nas dve stvari: a) kako treba uzeti u obzir krivu vremenske promene električnih veličina (za 0,25; 0,5; 1 ili 2 časa), da bi što manje uticalo na preciznost izračunavanja koeficijenata Furije reda; b) koji je minimalni broj harmonika koje treba uzeti u obzir da bi se postigla određena preciznost.

Svakako da odgovori na ova pitanja bitno zavise od oblika vremenske promene krive opterećenja, a u prvom redu od njenog stepena postojanosti ili konstantnosti. U slučaju napona, stepen postojanosti je veoma veliki pošto, obično, napon nema veća odstupanja od 10 %. Ako se razmatraju intenzitet struje i snaga, tu je situacija itekako različita, odstupanja mogu biti čak do 50-60 %. Kao primer navodimo dnevnu krivu aktivne snage za jednu napajnu stanicu iz grada Temišvara, a u Tablici 1 predstavljene su vrednosti koeficijenata Furije reda zavisno od veličine vremenskog intervala diskretizacije. Kriva dnevnog opterećenja trasirana je pomoću podataka zabeleženih na jednom digitalnom strujomeru (tipa A1R-AL+, proizvodnja firme ABB, koja ima podružnicu u Temišvaru), koji daje kompletnu informaciju u vezi sa potrošnjom energije.

Tablica 1. Vrednosti koeficijenata Furije reda zavisno od intervala diskretizacije.

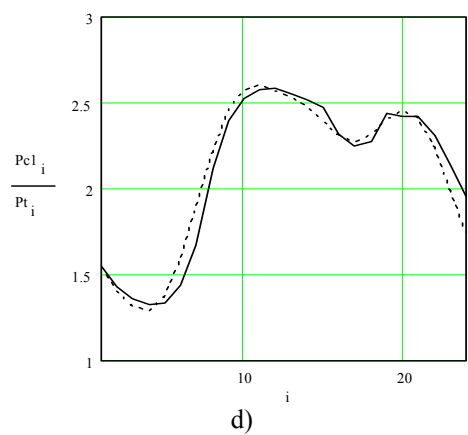
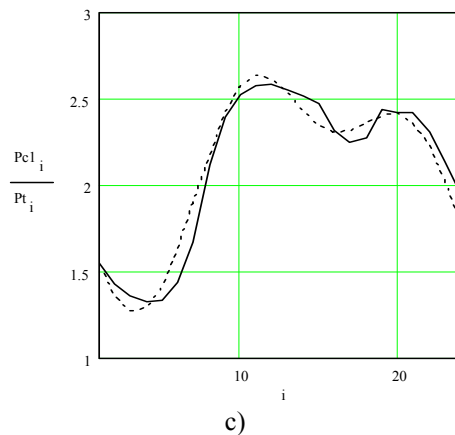
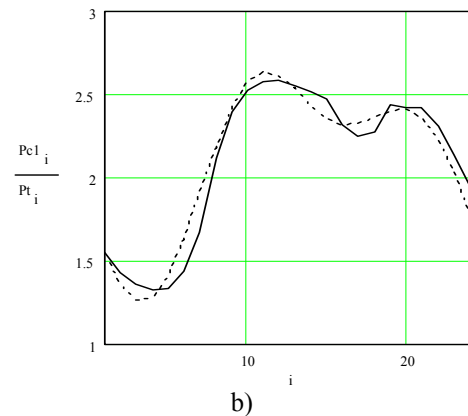
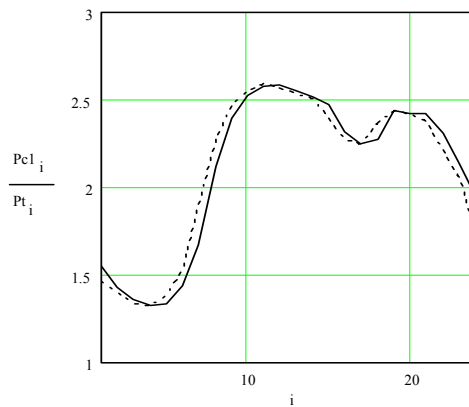
<i>T</i>	0,25 h		0,5 h		1 h		2 h	
<i>k</i>	<i>A_k</i>	<i>B_k</i>	<i>A_k</i>	<i>B_k</i>	<i>A_k</i>	<i>B_k</i>	<i>A_k</i>	<i>B_k</i>
1	-0.257	0.303	-0.257	0.302	-0.256	0.301	-0.252	0.296
2	-0.208	0.065	-0.207	0.065	-0.204	0.064	-0.190	0.060
3	-4.4·10 ⁻³	-0.015	-4.64·10 ⁻³	-0.015	-4.59·10 ⁻³	-0.014	-9.209·10 ⁻³	-0.0111
4	0.052	-9·10 ⁻³	0.051	-8.79·10 ⁻³	0.048	-7.7·10 ⁻³	0.029	-5.919·10 ⁻³
5	-0.028	0.032	-0.028	0.032	-0.026	0.028	-9.123·10 ⁻³	0.017
6	-0.022	-5.07·10 ⁻³	-0.022	-4.813·10 ⁻³	-0.019	-3.849·10 ⁻³	-0.014	5.985·10 ⁻³
7	0.015	-0.012	0.014	-0.012	0.011	-9.055·10 ⁻³	-0.013	-3.78·10 ⁻³
8	-8.48·10 ⁻³	9.99·10 ⁻³	-8.34·10 ⁻³	9.436·10 ⁻³	-8.70·10 ⁻³	9.191·10 ⁻³	0.012	-8.285·10 ⁻³
9	-0.014	8.38·10 ⁻³	-0.014	7.77·10 ⁻³	-0.011	5.75·10 ⁻³	-3.372·10 ⁻³	4.678·10 ⁻³
10	3.79·10 ⁻³	1.76·10 ⁻³	3.65·10 ⁻³	1.275·10 ⁻³	1.259·10 ⁻³	-9.379·10 ⁻³	-0.035	0.018

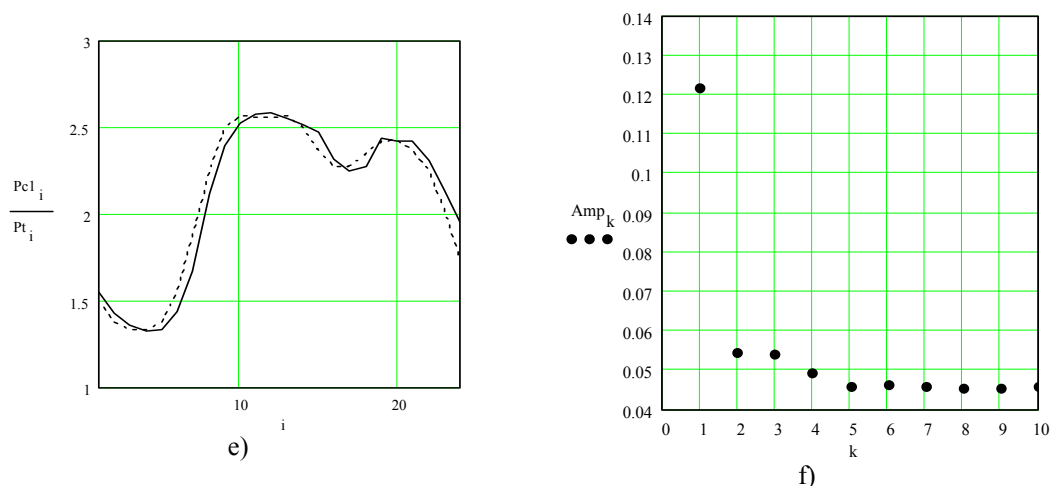
Treba podvući da su vrednosti snaga za ova četiri vremenska intervala bile izračunate kao srednje vrednosti za dotične intervale poštujući srednju vrednost potrošene energije (dakle i dnevnu srednju vrednost snage $\bar{P}$ koja je iznosila 1,582 relativnih jedinica u odnosu na osnovnu snagu od 30 MW).

Analizirajući vrednosti izračunatih koeficijenata primećuje se da oni predstavljaju 0,5-20 % od gorenavedene srednje vrednosti snage $\bar{P}$. Sa rastom ranga (reda) harmonike primećuje se da se vrednost koeficijenata smanjuje, ali ta tendencija nije konstantna, već postoje i izuzeci. Ako su za prva tri vremenska intervala razlike u koeficijentima zadovoljavajuće (ako se, poređenja radi, uzme interval od 0,25 h) i ne premašuju 15 % za prvih nekoliko harmonika, za interval od 2 h odstupanja su veća od 80 %. Dakle, interval od 2 h ne može se uzeti u obzir.

Imajući u vidu obrazac (9), proizilazi da je odabiranje vremenskog intervala od 1 h sasvim opravdano, osobito u električnim mrežama koje napajaju energijom stambena naselja [2].

Sa ciljem da se oceni verodostojnost predstavljanja pomoću krive opterećenja, ako se u obzir uzima veći broj harmonika, onda se u svojstvu indikatora može uzeti srednja vrednost kvadrata odstupanja izračunatih snaga, za interval od 1 h, prema izmerenim snagama ($\overline{\Delta P^2}$). Za razmotrenu krivu u analizi sa Tablice 1, predstavili smo na Sl. 2. Primećuje se, iz onoga što je rečeno u vezi sa Sl. 1, da uzimanje u obzir više od 5 harmonika nije opravdano.



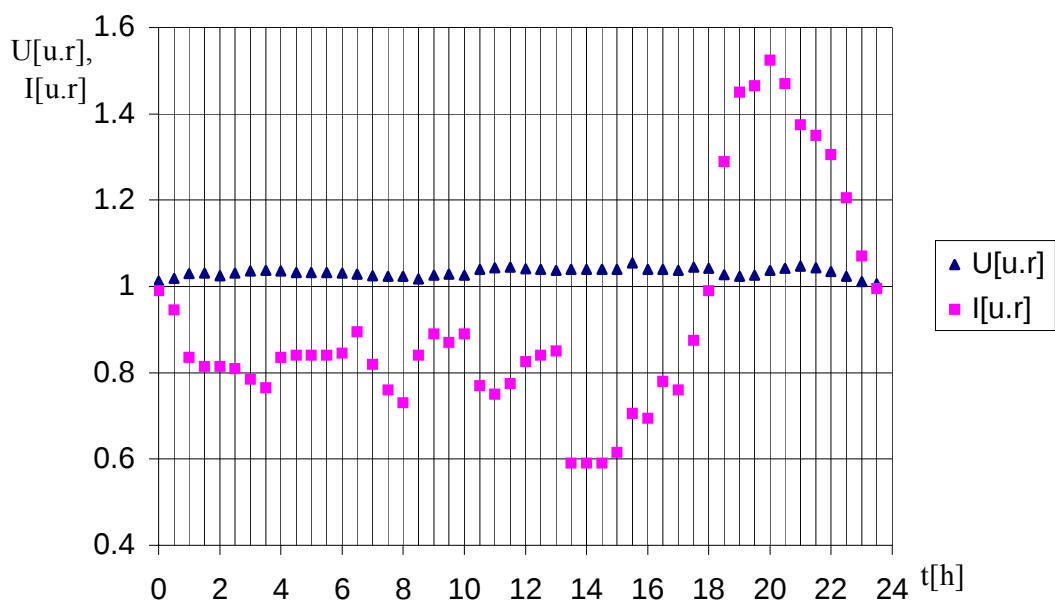


Sl. 2 Aproximiranje izmerene krive opterećenja ----- pomoću krivo izračunate kada se uzelo u obzir N harmonika ———— : a) $N = 10$; b) $N = 2$; c) $N = 3$; d) $N = 4$; e) $N = 9$; f) $\overline{\Delta P^2} = f(N)$.

Što se tiče broja harmonika koje treba uzeti u obzir, za čto bolju preciznost, u stručnoj se literaturi [3], [4] navodi da je neophodno da to budu 3-5 harmonika, a da u tom slučaju maksimalna greška nije veća od 1-2 % za mreže koje snabdevaju kućne i edilitarne potrošače.

4. PRIMER PRIMENE

Razmotren je jedan transformator od $S_n = 400$ kVA, napona nominalne vrednosti 10 / 0,4 kV iz gradske distribucione mreže Temišvara. Promene primarnog napona i intenziteta struje opterećenja prikazane su na Sl. 2. Režim rada smatrao se da je simetrično sinusoidalno. Na osnovu kriva vremenskih promena $I(t)$ i $U(t)$ izračunati su koeficijenti Furije reda (Tablica 2) i sa njima uzdužni i poprečni energetske gubici, kao i, sabiranjem, ukupni gubici (Tablica 3). Gubici su izračunati samo za pomenuti transformator, koji ima gubitke nominalne snage u režimu kratkog spoja $\Delta P_{kr.spoj;n} = 6$ kW, relativni nominalni kratkospojni napon $u_{kr.spoj;n} = 6$ %, odnosno za rad bez opterećenja nominalnu snagu $\Delta P_{bezopt;n} = 0,94$ kW i relativni nominalni intenzitet struje $I_{bezopt;n} = 2,65$ %.



Sl. 3 Promena faznog napona na krajevima transformatora i intenziteta struje opterećenja

Tačno izračunavanje energetske gubitaka u svih 48 vremenskih intervala omogućilo je ustanovljivanje grešaka metoda razlaganja u Furije red, u zavisnosti od broja razmotrenih harmonika (Tablica 4).

Tablica 2. Vrednosti koeficijenata Furije reda

Red (rang) harmonike	Napon		Intenzitet struje	
Koeficijenti	A_k^U	B_k^U	A_k^I	B_k^I
1	$2,784 \cdot 10^{-3}$	$-6,797 \cdot 10^{-3}$	0,19	0,128
2	$4,04 \cdot 10^{-3}$	$-1,17 \cdot 10^{-3}$	-0,14	0,168
3	$-4,28 \cdot 10^{-3}$	$-3,89 \cdot 10^{-3}$	-0,089	-0,069
4	$2,48 \cdot 10^{-3}$	$3,184 \cdot 10^{-3}$	$5,112 \cdot 10^{-3}$	-0,028
5	$-3,992 \cdot 10^{-3}$	$3,853 \cdot 10^{-3}$	0,023	0,013
6	$3,044 \cdot 10^{-4}$	$-2,336 \cdot 10^{-3}$	-0,014	$2,018 \cdot 10^{-3}$
7	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$1,975 \cdot 10^{-3}$	-0,043	-0,011
8	$-1,449 \cdot 10^{-3}$	$8,583 \cdot 10^{-4}$	-0,035	-0,013
9	$1,847 \cdot 10^{-5}$	$5,285 \cdot 10^{-4}$	$-1,392 \cdot 10^{-3}$	$2,878 \cdot 10^{-3}$

Tablica 3. Vrednosti energetske gubitaka za 24 h [kWh]

Red (rang) harmonike	W_t	W_l	$W = W_t + W_l$
0*	34,838	9,744	44,583
1	34,839	10,047	44,886

2	34,839	10,322	45,161
3	34,84	10,395	45,235
4	34,84	10,4	45,24
5	34,841	10,403	45,244
6	34,841	10,405	45,245
7	34,841	10,416	45,257
8	34,841	10,424	45,265
9	34,841	10,424	45,265

* - odgovara srednjoj vrednosti.

Tablica 4. Greške metoda računanja energetskih gubitaka [%]

Red (rang) harmonike	ε_t [%]	ε_l [%]	ε_{t+l} [%]
0	$9,015 \cdot 10^{-3}$	6,64	1,539
1	$6,486 \cdot 10^{-3}$	3,746	0,869
2	$5,656 \cdot 10^{-3}$	1,115	0,261
3	$4,088 \cdot 10^{-3}$	0,413	0,098
4	$3,324 \cdot 10^{-3}$	0,368	0,087
5	$1,881 \cdot 10^{-3}$	0,331	0,078
6	$1,621 \cdot 10^{-3}$	0,32	0,075
7	$1,086 \cdot 10^{-3}$	0,21	0,049
8	$9,527 \cdot 10^{-4}$	0,134	0,032
9	$9,396 \cdot 10^{-4}$	0,133	0,031

Primećuje se da ako se uzmu u obzir samo tri harmonike, greške su ispod vrednosti pod 0,1 %. Čak šta više, za poprečne (tranzverzne) gubitke, koji su za skoro četiri puta veći od uzdužnih (longitudinalnih), greške su ispod 0,01 %, ako se uzme u obzir samo jednosmerna komponenta, to jest srednja vrednost napona. Oдавde proizilazi veoma korisno zapažanje i to da za poprečne gubitke ne treba u računanju koristiti nominalnu vrednost napona, već samo realnu srednju vrednost. Za uzdužne gubitke dovoljno je uzeti samo 3 harmonike, jer to već osigurava preciznost ispod 0,5 %. Razume se da su ovi rezultati u zavisnosti od stepena promene napona i intenziteta struje. Ako za napon ove promene su ispod 4 %, za intenzitet one su, međutim, skoro 95 %. Prilikom obavljanja i drugih računanja, konstatovalo se da već za promene napona od oko 20 % neophodno je da se uzme u obzir i prva harmonika.

5. ZAKLJUČCI

U redu se ukazuje na prednost metoda računanja energetskih gubitaka korišćenjem razlaganja krivih opterećenja inenziteta struje i napona u Furije redove. Izračunavanje poprečnih gubitaka u uslovima male promene napajnog napona može se izvršiti sa dovoljnom preciznošću ako se uzme u obzir srednja a ne nominalna vrednost napona. Osim toga, korišćenje razlaganja funkcija u Furije redove postaje interesanto za izračunavanje energetskih gubitaka.

LITERATURA

- [1] A. R. Bergen – *Power System Analysis*, Prentice-Hall, INC, Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.

- [2] A. A. Potrebici – *Rasčet poteri energiji električeskih setyah s učetom grafikov nagruzok*, Električestvo, No. 6, pp. 231-235, 1990
- [3] C. Ciobanu, A. Buta – *Energy loss computation using the decomposition of the lead curves in Fourier series*, Buletinul Stiintific al Univ. Politehnica Timisoara, Series Electrotehnics, Electronics and Telecommunications, Tom 44(58), Fasc. 2, pp. 120-126, 1999.
- [4] G. Georgescu, Al. Poeata, M. Gavrilas – *Calculul pierderilor de energie in retelele de distributie folosind descompunerea graficelor de sarcina in serii Fourier*, Energetica, Tom 43, No. 5-B, pp. 223-226, 1999.