Structura temei: Problemele au 2 grade de dificultate **U** – uşoare şi **D** – dificile. Pentru fiecare temă au fost date 2 **probleme rezolvate (PR)** cu grad de dificultate **U** şi **D**, precum şi 4 **probleme propuse (PP),** cu grad de dificultate **U** şi **D.**

In cadrul fiecărei teme, studentul trebuie să rezolve fie 2 probleme propuse de tip **U**, fie o problemă propusă de tip **D**.

Termen de predare a temei: până la examen.

Tema 1 – Fundamentele mecanicii

PR. 1.1 U Să se obțină ecuațiile vitezei şi spațiului pentru un punct material de masă m asupra căruia acționează forța $\vec{F}$, constantă, ştiind că la momentul inițial mobilul se află în punctul de coordonată $\vec{r}_0$ şi are viteza $\vec{v}_0$, orientată pe direcția forței.

Rezolvare:

Alegem un sistem de referință astfel încât axa Ox să fie pe direcția forței (fig. P1.1). Astfel, la t=0:

$$\begin{cases} F_x = F \\ F_y = 0 \\ F_z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} r_{0x} = x_0 \\ r_{0y} = 0 \\ r_{0z} = 0 \end{cases} \tag{P1.1}$$

Legea a doua a dinamicii: $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$ conduce la trei ecuații scalare:

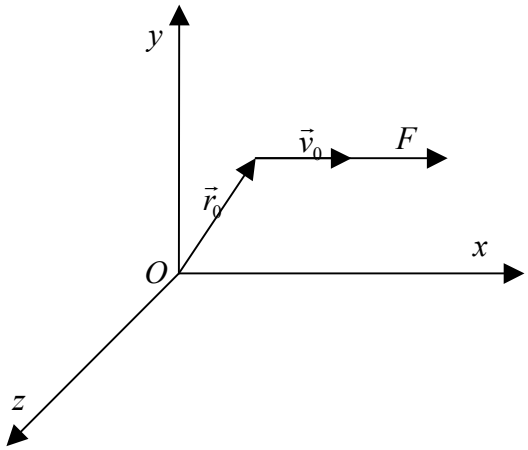

Fig. P1.1

$$m\frac{dv_x}{dt} = F$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = 0 \tag{P1.2}$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = 0$$

Notăm $F/m = a = const$, astfel că prima ecuație a grupului (P1.2) se scrie succesiv:

$$\frac{dv_x}{dt} = a \;; \quad dv_x = adt \;;$$

$$\int dv_x = \int adt \;; \qquad v_x = at + c_1$$

Constanta de integrare c_1 se află ținând seama că la $t = 0$, $v_x = v_{0x} = v_0$; rezultă $c_1 = v_0$ iar expresia componentei vitezei după Ox este: $v_x = at + v_0$.

Dar se ştie că $v_x = \frac{dx}{dt}$, şi deci $\frac{dx}{dt} = at + v_0$ din care rezultă succesiv: $dx = atdt + v_0 dt$; $\int dx = \int atdt + \int v_0 t$; $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + c_2$. Dar la $t = 0,\ x = x_0$, rezultă $c_2 = x_0$ şi deci ecuaţia spaţiului după Ox este:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

Pentru studiul mişcării după direcţia Oy, din a doua ecuaţie a grupului (P1.2), $\frac{dv_y}{dt} = 0$, se obţine $v_y = const. = c_3$. Dar la $t = 0,\ v_y = v_{0y} = 0$, rezultă $c_3 = 0$ şi deci ecuaţia vitezei după Oy este $v_y = 0$.

Din $v_y = \frac{dy}{dt} = 0$ se obţine $y = const. = c_4$ şi ţinând seama că la $t = 0,\ y = r_{0y} = 0$ rezultă $c_4 = 0$ şi deci ecuaţia spaţiului după Oy este $y = 0$.

Asemănător, ecuaţiile vitezei şi spaţiului după Oz vor fi $v_z = 0$ şi $z = 0$ şi astfel mişcarea punctului material este complet determinată.

PR 1.2 D Dacă se aplică un câmp electric cu intensitatea $\vec{E}$, electronii liberi din metal sunt antrenaţi sub acţiunea forţei electrice $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$ într-o mişcare dirijată. In cursul mişcării, electronii întâmpină la înaintare o forţă de rezistenţă proporţională cu viteza lor, $\vec{F}_r = -r\vec{v}$. Să se obţină dependenţa de timp a vitezei electronilor (legea vitezei).

Rezolvare:
Se aplică legea a doua a dinamicii în forma (1.16):

$$\vec{F}_{el} + \vec{F}_r = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

din care, după înlocuirea forţelor cu expresiile lor şi proiectarea tuturor vectorilor pe direcţia de mişcare, se obţine, succesiv:

$$qE - rv = m\frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{mdv}{qE - rv}$$

$$\int dt = \int \frac{mdv}{qE - rv}$$

$$t = -\frac{m}{r}\ln(qE - rv) + C$$

în care constanta de integrare C se determină impunând condiția inițială: la t=0, viteza electronului este v=0; rezultă :

$$0 = -\frac{m}{r}\ln qE + C \;\; ; \;\; C = \frac{m}{r}\ln qE$$

astfel că se obține

$$t = -\frac{m}{r}\ln\frac{qE}{qE - rv}$$

din care rezultă legea căutată:

$$v = \frac{qE}{r}\left(1 - e^{-\frac{rt}{m}}\right).$$

PP 1.1 U Vectorul de poziție al unei particule este $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 4t^2\vec{j} + 7\vec{k}$, exprimat în m când timpul t se exprimă în s. Să se afle:

a) vectorii viteză şi accelerație;
b) deplasarea particulei în primele 10 secunde de mişcare.

Răspuns: a) $\vec{v} = 6t\vec{i} + 8t\vec{j}$; $\vec{a} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$; b) $\Delta\vec{r} = 300\vec{i} + 400\vec{j}$.

PP 1.2 U Un corp de masă m=2 kg este plasat pe suprafața Pământului. Asupra sa acționează pe verticală în sus o forță F=100 N. Ştiind că g=10 m/s^2, se cere:

a) accelerația şi viteza corpului după parcurgerea distanței de 10 m;
b) energia cinetică şi energia potențială a corpului după parcurgerea acestei distanțe;
c) variația energiei cinetice, potențiale şi totale pe această distanță;
d) precizați forțele care acționează şi natura lor, apoi calculați lucrul mecanic efectuat de fiecare;
e) verificați teoremele variației energiei cinetice, energiei potențiale şi totale pentru acest caz.

Răspuns: a) a=40 m/s^2; v=20√2 m/s; b) E_c=800 J; U=200 J; c) ΔE_c=800 J; ΔU=200 J; ΔE_t=1000 J; d) F-neconservativă (tracțiune); G-conservativă; F-G –rezultanta; L_F=1000 J; L_G= - 200 J; L_{F-G}=800 J; e) $L_{F-G}= \Delta E_c$; $L_G= -\Delta U$; $L_F= \Delta E_t$.

PP 1.3 D Momentul cinetic al unei particule în raport cu originea sistemului de referință O variază după legea $\vec{J} = 8\vec{i} + 2t^2\vec{j}$. Să se determine:

a) momentul forței, $\vec{M}$, în raport cu originea sistemului de referință, care acționează asupra particulei;

b) expresia vectorului $\vec{M}$ când acesta formează un unghi de 45° cu vectorul moment cinetic.

Răspuns: a) $\vec{M} = 4t\vec{j}$; b) $\vec{M} = 8\vec{j}$.

PP 1.4 D O particulă de masă *m,* care se mişcă cu viteza v_1, trece dintr-o regiune în care energia sa potențială este constantă şi egală cu U_1 într-o altă regiune în care energia sa potențială este de asemenea constantă, dar egală cu U_2. Să se găsească o relație între unghiurile dintre direcțiile de mişcare în cele două regiuni şi normala la suprafața plană de separație dintre aceste regiuni, precum şi viteza particulei în regiunea a doua.

Răspuns: $v_1 \sin\alpha_1 = v_2 \sin\alpha_2$; $v_2 = \sqrt{v_1^2 + \dfrac{2(U_1 - U_2)}{m}}$