Structura temei: Problemele au 2 grade de dificultate **U** – uşoare şi **D** – dificile. Pentru fiecare temă au fost date 2 **probleme rezolvate (PR)** cu grad de dificultate **U** şi **D**, precum şi 4 **probleme propuse (PP),** cu grad de dificultate **U** şi **D.**

In cadrul fiecărei teme, studentul trebuie să rezolve fie 2 probleme propuse de tip **U**, fie o problemă propusă de tip **D**.

Termen de predare a temei: până la examen.

Tema 2 – Oscilaţii şi unde elastice

PR 2.1 U Un corp participă simultan la două mişcări oscilatorii armonice de aceeaşi pulsaţie şi aceeaşi direcţie, astfel că oscilaţia sa rezultantă este:

$$y = 2\left[\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 2\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right].$$

Să se determine:

a) Limitele între care se poate situa amplitudinea rezultantă A.

b) Faza iniţială φ a oscilaţiei rezultante.

Rezolvare:

a) $$y = 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Din relaţia:

$$\cos\alpha = -\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right),$$

înlocuind în relaţia din problemă, obţinem: $A_1 = 2$ m; $A_2 = 4$ m; $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_2 = -\frac{\pi}{6}$.

Din relaţia (2.17) se observă că: $2 \le A \le 6$.

c) Din relaţia (2.16) se obţine uşor:

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} = \frac{2\sin\frac{\pi}{2} + 4\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{2\cos\frac{\pi}{2} + 4\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = 0,$$

de unde se obţine: $\varphi = 0$.

PR 2.2 D Spotul unui galvanometru balistic indică următoarele trei diviziuni succesive, corespunzătoare diviziunilor: $n_1 = 20$; $n_2 = 5{,}6$; $n_3 = 12{,}8$. Considerând decrementul logaritmic al amortizării ca fiind constant, să se determine:

a) În dreptul cărei diviziuni n_0 se va opri, la echilibru, spotul galvanometrului.

b) Perioada T a mişcării oscilatorii, ştiind că spotul, pornind din zero, trece de N ori prin punctele extreme, în intervalul de timp Δt .

c) Coeficientul exponenţial β al amortizării.

Rezolvare:

a) Spotul galvanometrului execută o mişcare oscilatorie amortizată în jurul poziţiei de echilibru (diviziunea n_0), astfel că ecuaţia acestei mişcări este:

$$n(t) - n_0 = Ae^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi),$$

iar decrementul logaritmic este:

$$\delta = \ln\frac{n(t)}{n(t+T)} = \ln\frac{n_1 - n_0}{n_3 - n_0} = \beta T = const.$$

Deoarece decrementul este constant în decursul unei perioade, el va fi constant şi pe cele două semiperioade, astfel că putem scrie:

$$\ln\frac{n_1 - n_0}{n_3 - n_0} = \ln\frac{n_1 - n_0}{n_0 - n_2} + \ln\frac{n_0 - n_2}{n_3 - n_0} = \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2}.$$

Egalând argumentele ultimilor doi logaritmi, ecuaţia algebrică obţinută are soluţia căutată:

$$n_0 = \frac{n_1 n_3 - n_2^2}{n_1 + n_3 - 2n_2} = 10{,}4.$$

b) Aproximând prima parte a mişcării spotului, până la atingerea diviziunii zero cu un sfert din periodă, se observă că există relaţia:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + (N-1)\frac{T}{2},$$

de unde se obţine uşor expresia perioadei T.

c) Deoarece valoarea diviziunii de echilibru este acum cunoscută, din expresia decrementului logaritmic se poate afla uşor valoarea acestuia.

PP 2.1 U Un oscilator de masă 0,01 kg este supus acţiunii unei forţe de rezistenţă şi execută oscilaţii amortizate de pulsaţie 100 rad / s şi având coeficientul de amortizare $\beta = \sqrt{3}10^2 s^{-1}$. Se cere constanta elastică a oscilatorului.

Răspuns: k = 2 N / m .

PP 2.2 U Perioada oscilaţiilor proprii ale unui oscilator armonic este 1,6 s, iar energia sa totală este 100 J. Dacă oscilatorul porneşte din origine, care este cel mai scurt interval de timp după care energiile cinetică şi potenţială vor avea valori egale şi care este valoarea lor în acest moment ?

Răspuns: 0,2 s şi 50 J.

PP 2.3 D Un oscilator armonic are masa 0,01 kg, factorul de calitate 0,05 , iar constanta sa elastică este 400 N / m. Să se calculeze valoarea timpului de relaxare şi a lărgimii curbei de rezonanță a puterilor.

Răspuns: 2,5 10^{-3} s şi 400 rad / s.

PP 2.4 D Să se determine natura şi unitatea de măsură in SI a constantei *a*, astfel ca funcția $f(t+ax)$ să satisfacă ecuația diferențială a undelor:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

şi să se verifice concluzia obținută, în cazul funcției $f(t+ax) = A\sin\omega(t-\frac{x}{v})$.

Răspuns: viteză, m / s.