UNIVERSITATEA "POLITEHNICA " TIMIŞOARA
I D D

IA şi TAVM

Conf. Dr. Duşan POPOV *Şef. Lucr. Dr. Ioan DAMIAN*

TEME

pentru rezolvat acasă, cu termen de predare, pe hârtie sau electronic la disciplina

FIZICĂ

Sunt prevăzute 4 teme:

Tema 1 – Fundamentele mecanicii
Tema 2 – Oscilaţii şi unde elastice
Tema 3 – Unde electromagnetice
Tema 4 – Fizică cuantică

Structura temei: Problemele au 2 grade de dificultate **U** – uşoare şi **D –** dificile. Pentru fiecare temă au fost date 2 **probleme rezolvate (PR)** cu grad de dificultate **U** şi **D**, precum şi 4 **probleme propuse (PP),** cu grad de dificultate **U** şi **D.**

In cadrul fiecărei teme, studentul trebuie să rezolve fie 2 probleme propuse de tip **U**, fie o problemă propusă de tip **D**.

Termen de predare a temei: până la examen.

Tema 1 – Fundamentele mecanicii

PR. 1.1 U Să se obțină ecuațiile vitezei şi spațiului pentru un punct material de masă m asupra căruia acționează forța $\vec{F}$, constantă, ştiind că la momentul inițial mobilul se află în punctul de coordonată $\vec{r}_0$ şi are viteza $\vec{v}_0$, orientată pe direcția forței.

Rezolvare:

Alegem un sistem de referință astfel încât axa Ox să fie pe direcția forței (fig. P1.1). Astfel, la t=0:

$$\begin{cases} F_x = F \\ F_y = 0 \\ F_z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} r_{0x} = x_0 \\ r_{0y} = 0 \\ r_{0z} = 0 \end{cases} \qquad \text{(P1.1)}$$

Legea a doua a dinamicii: $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$ conduce la trei ecuații scalare:

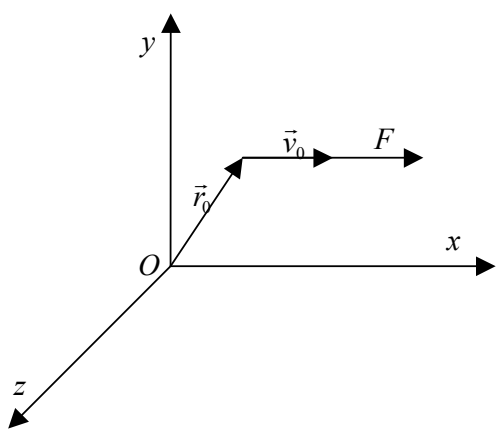

Fig. P1.1

$$m\frac{dv_x}{dt} = F$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = 0 \qquad \text{(P1.2)}$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = 0$$

Notăm $F/m = a = const$, astfel că prima ecuație a grupului (P1.2) se scrie succesiv:

$$\frac{dv_x}{dt} = a \;; \quad dv_x = adt \;;$$

$$\int dv_x = \int adt \;; \qquad v_x = at + c_1$$

Constanta de integrare c_1 se află ținând seama că la $t = 0,\ v_x = v_{0x} = v_0$; rezultă $c_1 = v_0$ iar expresia componentei vitezei după Ox este: $v_x = at + v_0$.

Dar se ştie că $v_x = \dfrac{dx}{dt}$, şi deci $\dfrac{dx}{dt} = at + v_0$ din care rezultă succesiv: $dx = atdt + v_0 dt$; $\int dx = \int atdt + \int v_0 t$; $x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + c_2$. Dar la $t = 0,\ x = x_0$, rezultă $c_2 = x_0$ şi deci ecuația spațiului după Ox este:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

Pentru studiul mişcării după direcția Oy, din a doua ecuație a grupului (P1.2), $\frac{dv_y}{dt} = 0$, se obține $v_y = const. = c_3$. Dar la $t = 0,\ v_y = v_{0y} = 0$, rezultă $c_3 = 0$ şi deci ecuația vitezei după Oy este $v_y = 0$.

Din $v_y = \frac{dy}{dt} = 0$ se obține $y = const. = c_4$ şi ținând seama că la $t = 0,\ y = r_{0y} = 0$ rezultă $c_4 = 0$ şi deci ecuația spațiului după Oy este $y = 0$.

Asemănător, ecuațiile vitezei şi spațiului după Oz vor fi $v_z = 0$ şi $z = 0$ şi astfel mişcarea punctului material este complet determinată.

PR 1.2 D Dacă se aplică un câmp electric cu intensitatea $\vec{E}$, electronii liberi din metal sunt antrenați sub acțiunea forței electrice $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$ într-o mişcare dirijată. In cursul mişcării, electronii întâmpină la înaintare o forță de rezistență proporțională cu viteza lor, $\vec{F}_r = -r\vec{v}$. Să se obțină dependența de timp a vitezei electronilor (legea vitezei).

Rezolvare:
Se aplică legea a doua a dinamicii în forma (1.16):

$$\vec{F}_{el} + \vec{F}_r = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

din care, după înlocuirea forțelor cu expresiile lor şi proiectarea tuturor vectorilor pe direcția de mişcare, se obține, succesiv:

$$qE - rv = m\frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{mdv}{qE - rv}$$

$$\int dt = \int \frac{mdv}{qE - rv}$$

$$t = -\frac{m}{r}\ln(qE - rv) + C$$

în care constanta de integrare C se determină impunând condiția inițială: la t=0, viteza electronului este v=0; rezultă :

$$0 = -\frac{m}{r}\ln qE + C \ ;\ \ C = \frac{m}{r}\ln qE$$

astfel că se obține

$$t = -\frac{m}{r}\ln\frac{qE}{qE - rv}$$

din care rezultă legea căutată:

$$v = \frac{qE}{r}\left(1 - e^{-\frac{rt}{m}}\right).$$

PP 1.1 U Vectorul de poziție al unei particule este $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 4t^2\vec{j} + 7\vec{k}$, exprimat în m când timpul *t* se exprimă în s. Să se afle:

a) vectorii viteză şi accelerație;
b) deplasarea particulei în primele 10 secunde de mişcare.

Răspuns: a) $\vec{v} = 6t\vec{i} + 8t\vec{j}$; $\vec{a} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$; b) $\Delta\vec{r} = 300\vec{i} + 400\vec{j}$.

PP 1.2 U Un corp de masă m=2 kg este plasat pe suprafața Pământului. Asupra sa acționează pe verticală în sus o forță F=100 N. Ştiind că g=10 m/s^2, se cere:

a) accelerația şi viteza corpului după parcurgerea distanței de 10 m;
b) energia cinetică şi energia potențială a corpului după parcurgerea acestei distanțe;
c) variația energiei cinetice, potențiale şi totale pe această distanță;
d) precizați forțele care acționează şi natura lor, apoi calculați lucrul mecanic efectuat de fiecare;
e) verificați teoremele variației energiei cinetice, energiei potențiale şi totale pentru acest caz.

Răspuns: a) a=40 m/s^2; v=20√2 m/s; b) E_c=800 J; U=200 J; c) ΔE_c=800 J; ΔU=200 J; ΔE_t=1000 J; d) F-neconservativă (tracțiune); G-conservativă; F-G – rezultanta; L_F=1000 J; L_G= - 200 J; $L_{F\text{-}G}$=800 J; e) $L_{F\text{-}G}= \Delta E_c$; $L_G= -\Delta U$; $L_F= \Delta E_t$.

PP 1.3 D Momentul cinetic al unei particule în raport cu originea sistemului de referință O variază după legea $\vec{J} = 8\vec{i} + 2t^2\vec{j}$. Să se determine:

a) momentul forței, $\vec{M}$, în raport cu originea sistemului de referință, care acționează asupra particulei;
b) expresia vectorului $\vec{M}$ când acesta formează un unghi de 45° cu vectorul moment cinetic.

Răspuns: a) $\vec{M} = 4t\vec{j}$; b) $\vec{M} = 8\vec{j}$.

PP 1.4 D O particulă de masă *m,* care se mişcă cu viteza v_1, trece dintr-o regiune în care energia sa potențială este constantă şi egală cu U_1 într-o altă regiune în care energia sa potențială este de asemenea constantă, dar egală cu U_2. Să se găsească o relație între unghiurile dintre direcțiile de mişcare în cele două regiuni şi normala la suprafața plană de separație dintre aceste regiuni, precum şi viteza particulei în regiunea a doua.

Răspuns: $v_1 \sin\alpha_1 = v_2 \sin\alpha_2$; $v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2(U_1 - U_2)}{m}}$

Tema 2 – Oscilații şi unde elastice

PR 2.1 U Un corp participă simultan la două mişcări oscilatorii armonice de aceeaşi pulsație şi aceeaşi direcție, astfel că oscilația sa rezultantă este:

$$y = 2\left[\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 2\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right].$$

Să se determine:

a) Limitele între care se poate situa amplitudinea rezultantă A.
b) Faza inițială φ a oscilației rezultante.

Rezolvare:

a) $$y = 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Din relația:

$$\cos\alpha = -\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right),$$

înlocuind în relația din problemă, obținem: $A_1 = 2$ m; $A_2 = 4$ m; $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_2 = -\frac{\pi}{6}$.

Din relația (2.17) se observă că: $2 \le A \le 6$.

c) Din relația (2.16) se obține uşor:

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} = \frac{2\sin\frac{\pi}{2} + 4\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{2\cos\frac{\pi}{2} + 4\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = 0,$$

de unde se obține: $\varphi = 0$.

PR 2.2 D Spotul unui galvanometru balistic indică următoarele trei diviziuni succesive, corespunzătoare diviziunilor: $n_1 = 20$; $n_2 = 5{,}6$; $n_3 = 12{,}8$. Considerând decrementul logaritmic al amortizării ca fiind constant, să se determine:

a) În dreptul cărei diviziuni n_0 se va opri, la echilibru, spotul galvanometrului.
b) Perioada T a mişcării oscilatorii, ştiind că spotul, pornind din zero, trece de N ori prin punctele extreme, în intervalul de timp Δt .
c) Coeficientul exponențial β al amortizării.

Rezolvare:

a) Spotul galvanometrului execută o mişcare oscilatorie amortizată în jurul poziției de echilibru (diviziunea n_0), astfel că ecuația acestei mişcări este:

$$n(t) - n_0 = Ae^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi),$$

iar decrementul logaritmic este:

$$\delta = \ln\frac{n(t)}{n(t+T)} = \ln\frac{n_1 - n_0}{n_3 - n_0} = \beta T = const\,.$$

Deoarece decrementul este constant în decursul unei perioade, el va fi constant şi pe cele două semiperioade, astfel că putem scrie:

$$\ln\frac{n_1 - n_0}{n_3 - n_0} = \ln\frac{n_1 - n_0}{n_0 - n_2} + \ln\frac{n_0 - n_2}{n_3 - n_0} = \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2}\,.$$

Egalând argumentele ultimilor doi logaritmi, ecuaţia algebrică obţinută are soluţia căutată: $n_0 = \dfrac{n_1 n_3 - n_2^2}{n_1 + n_3 - 2n_2} = 10{,}4\,.$

b) Aproximând prima parte a mişcării spotului, până la atingerea diviziunii zero cu un sfert din perioadă, se observă că există relaţia:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + (N-1)\frac{T}{2}\,,$$

de unde se obţine uşor expresia perioadei *T*.

c) Deoarece valoarea diviziunii de echilibru este acum cunoscută, din expresia decrementului logaritmic se poate afla uşor valoarea acestuia.

PP 2.1 U Un oscilator de masă 0,01 kg este supus acţiunii unei forţe de rezistenţă şi execută oscilaţii amortizate de pulsaţie 100 rad / s şi având coeficientul de amortizare $\beta = \sqrt{3}10^2\,s^{-1}$. Se cere constanta elastică a oscilatorului.

Răspuns: $k = 2$ N / m .

PP 2.2 U Perioada oscilaţiilor proprii ale unui oscilator armonic este 1,6 s, iar energia sa totală este 100 J. Dacă oscilatorul porneşte din origine, care este cel mai scurt interval de timp după care energiile cinetică şi potenţială vor avea valori egale şi care este valoarea lor în acest moment ?

Răspuns: 0,2 s şi 50 J.

PP 2.3 D Un oscilator armonic are masa 0,01 kg, factorul de calitate 0,05 , iar constanta sa elastică este 400 N / m. Să se calculeze valoarea timpului de relaxare şi a lărgimii curbei de rezonanţă a puterilor.

Răspuns: 2,5 10^{-3} s şi 400 rad / s.

PP 2.4 D Să se determine natura şi unitatea de măsură in SI a constantei *a*, astfel ca funcţia $f(t+ax)$ să satisfacă ecuaţia diferenţială a undelor:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

şi să se verifice concluzia obţinută, în cazul funcţiei $f(t+ax) = A\sin\omega(t - \dfrac{x}{v})$.

Răspuns: viteză, m / s.

Tema 3 – Unde electromagnetice

PR. 3.1 U Lumina Soarelui ajunge la limita superioară a atmosferei Pământului cu intensitatea I=1,4.10^3 W/m^2. Ştiind că lumina este de natură electromagnetică, să se calculeze amplitudinea intensităţii câmpului electric şi a inducţiei magnetice din unda luminoasă. Se cunosc: ε_0=8,85.10^{-12} F/m., c=3.10^8 m/s.

Rezolvare:
Folosind relaţia (4.17) din manual, pentru condiţiile din problemă, se obţine:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2I}{\varepsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}4 \cdot 10^3}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8}} \cong 10^3 \text{ V/m}$$

Din relaţia (4.6) rezultă: $B=E/c$=0,33.10^{-5} T.

PR. 3.2 D O undă electromagnetică monocromatică plană, liniar polarizată, se propagă în vid, de-a lungul axei Ox. Amplitudinea câmpului electric este E_0=50 mV/m, iar frecvenţa undei este f=100 MHz. Se cere:

a) ecuaţia de propagare a câmpului electric al undei;
b) expresia densităţii curentului de deplasare corespunzător;
c) expresia modulului vectorului Poynting.

Rezolvare:
a) Ecuaţia undei pentru componenta electrică este (4.10):

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

în care trebuie precizate amplitudinea E_0, pulsaţia ωşi modulul vectorului de undă k. Din (4.12): $\omega=2\pi f=200\pi$, iar din (4.13):

$$k=\omega/c=2\pi f/c=200\pi/3.10^8=2\pi.10^{-6}/3.$$

Atunci ecuaţia căutată va fi:

$$E = 5 \cdot 10^{-2} \sin(200\pi t - 2\pi 10^{-6} x/3) \quad \text{(V/m).}$$

b) Se ştie că curentul de deplasare este (vezi (4.3)):

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \varepsilon_0 S_n \frac{dE}{dt},$$

în care S_n este aria suprafeţei străbătută de câmp, perpendiculară pe direcţia câmpului. Densitatea curentului de deplasare este

$$j_d = i_d / S_n = 5 \cdot 10^{-2} \cos(200\pi t - 2\pi 10^{-6} x/3).$$

c) Din (4.16'), ținând seamă de (4.6) şi (4.7), se obține modulul vectorului Poynting în forma:

$$S = \varepsilon_0 E_0^2 c \sin^2(200\pi t - 2\pi 10^{-6} x/3) =$$

$$= 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^8 \sin^2(200\pi t - 2\pi 10^{-6} x/3) =$$

$$= 6{,}6 \cdot 10^{-6} \sin^2(200\pi t - 2\pi 10^{-6} x/3) \quad (\mathrm{W/m^2})$$

PP. 3.1 U O undă electromagnetică plană are amplitudinea câmpului electric E_0=10^{-4} V/m. Să se calculeze amplitudinea componentei magnetice a undei, precum şi intensitatea undei.

Răspuns: B_0=0,33.10^{-12} T; I=13,3.10^{-12} W/m^2.

PP. 3.2 U Să se afle presiunea exercitată de radiația solară cu intensitatea I=1400 W/m^2 ce cade pe o oglindă perfect reflectătoare.

Răspuns: p=0,93.10^{-5} N/m^2.

PP. 3.3 D O undă electromagnetică monocromatică plană, liniar polarizată, se propagă în vid, de-a lungul axei Ox. Amplitudinea câmpului electric este E_0=50 mV/m, iar frecvența undei este f=100 MHz. Să se afle t.e.m. indusă într-un cadru metalic de forma unui pătrat de latură l=50 cm, având o latură paralelă cu direcția de propagare a undei iar componenta magnetică a undei este perpendiculară pe planul cadrului.

Răspuns: $\boldsymbol{u}$=25.10^{-3}cos(ωt+π/3) (V).

PP. 3.4 D O undă electromagnetică cu frecvența de 100 MHz (în banda radio FM) străbate un mediu din ferită (feromagnetic izolator) având, la această frecvență, permitivitatea dielectrică relativă ε_r=10 şi permeabilitatea magnetică relativă μ_r=1000. Intensitatea undei este I=2.10^{-7} W/m^2. Să se afle:

a) viteza de propagare a undei în ferită;
b) lungimea de undă în ferită;
c) amplitudinea câmpurilor electric şi magnetic în material.

Răspuns: a) v=3.10^6 m/s; b) λ=0,03 m; c) E_0=3,88.10^{-2} V/m; B_0=1,29.10^{-8} T.

Tema 4 – Fizică cuantică.

PR. 4.1 U Un metal este iluminat succesiv cu două radiații monocromatice de lungimi de undă 550 nm, respectiv 670 nm. Ştiind că raportul energiilor cinetice ale electronilor extraşi prin efect fotoelectric are valoarea 4, să se determine valoarea lucrului de extracție a electronilor din metalul respectiv.

Rezolvare:

Scriind legea conservării energiei în cazul efectului fotoelectric pentru cele două radiații monocromatice, unde am evidențiat cele două lungimi de undă:

$$h\frac{c}{\lambda_1} = L_{ex} + E_{c1}, \qquad h\frac{c}{\lambda_2} = L_{ex} + E_{c2},$$

din cele două ecuații algebrice vom face raportul energiilor cinetice, iar de aici rezultă imediat lucrul de extracție L_{ex}.

Răspuns: $L_{ex} = 0{,}0382 \cdot 10^{-17}$ J = 2,39 eV. (1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J)

PR. 4.2 D O bilă cu raza r , după ce a fost încălzită la temperatura T_1 , este lăsată în aer liber. Presupunând că bila radiază ca un corp absolut negru şi că se neglijează conductibilitatea termică a aerului, peste cât timp va scădea temperatura sa la valoarea T_2? Se cunosc: căldura specifică a bilei c, densitatea ei ρ şi constanta Stefan-Boltzmann σ.

Rezolvare:

Căldura cedată de bilă într-un interval de timp dt, când temperatura ei scade cu dT este:

$$dQ = mcdT = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho c dT$$

Eenergia radiată de suprafața bilei cu temperatura T în timpul dt este:

$$dW = \sigma T^4 4\pi r^2 dt$$

Din egalitatea

$$dW = -dQ$$

(semnul minus arată că este vorba de căldură *cedată*), se obține:

$$dt = -\frac{c\rho r}{3\sigma}\frac{dT}{T^4}$$

şi apoi, prin integrare între limitele date,

$$\int_0^t dt = -\frac{c\rho r}{3\sigma}\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T^4}$$

se obține

$$t = \frac{c\rho r}{9\sigma}\left(\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3}\right).$$

PP. 4.1 U Presupunând că fierul încins la 800 ^{0}C radiază energie după legile de radiaţie ale corpului absolut negru, să se determine lungimea de undă pentru care densitatea de energie radiantă este maximă.

Răspuns: 2,7 μm

PP. 4.2 U Considerând că pierderile au loc numai prin radiaţie, să se afle puterea electrică necesară pentru încălzirea unui filament cu diametrul de 1 mm şi lungimea de 20 cm la temperatura de 2500 K.

Răspuns: 350 W.

PP. 4.3 D O celulă fotoelectrică, lucrând în regim de saturaţie, este iluminată cu lumină cu lungimea de undă λ=0,3 μm. Sensibilitatea spectrală a celulei, corespunzător acestei lungimi de undă, este s=4,8 mA/W. Să se determine randamentul cuantic, adică numărul de fotoelectroni emişi raportat la numărul de fotoni incidenţi.

Indicaţie: Sensibilitatea spectrală este raportul dintre intensitatea de saturaţie a fotocurentului şi puterea radiaţiei incidente.

Răspuns: η=0,02=2%

PP. 4.4 D Intensitatea radiaţiei solare la marginea superioară a atmosferei terestre este I=1400 W/m^2.Considerând că Soarele radiază ca un corp absolut negru, să se determine temperatura suprafeţei sale radiante. Se cunosc: raza Soarelui r=7.10^5 km; raza orbitei circulare a Pământului R=1,5.10^8 km; constanta Stefan-Boltzmann σ=5,7.10^8 W/m^{2}K^4.

Răspuns: T≈5800 K.